

摘要

车辆桥梁耦合振动问题是两个动力系统耦合振动的问题。本文利用振型叠加法的思想,在利用现有通用有限元软件对桥梁结构模态分析的基础上,建立车桥耦合振动方程。

本文推导了单自由度和七自由度两种车辆模型的振动方程,并且与桥梁振动方程耦合,建立耦合振动方程;在车桥耦合振动分析计算中,借鉴路面平整度的模型,考虑桥面平整度对车桥耦合振动的影响,并且提出具体的模拟方法;阐述了在车桥耦合振动计算中考虑桥面局部凸凹不平对车桥耦合振动的影响的一种方法。最后通过 Matlab 数学语言编制程序将计算方法实现。

本文通过算例与其它资料和试验数据的对比,验证了计算方法和所编程序的可靠性。并且对依兰牡丹江钢管混凝土拱桥进行了车桥耦合振动动力特性分析。分析了桥面平整度、桥面局部凸凹不平、行驶车速对该桥的车桥振动动力特性的影响,最后详细对比分析了各种加固改造方案的车桥振动动力性能,得到影响该桥车桥耦合振动性能的关键因素,并且提出设计建议。

关键词 车桥振动 模态分析 车辆振动模型 桥面平整度 钢管混凝土拱桥 共振

Abstract

In essence, vibration problem of the vehicle-bridge system is a question of the interaction of two dynamic systems. In this discussion, the coupled equations of the vehicle-bridge system are built by the way of mode shapes addition, and are based on the modal analysis of the structure.

In this discussion, the vibration equations of two kinds of vehicle modes are built: the equations of a vehicle mode with one freedom and the equations of a vehicle mode with seven freedoms. And the two vehicle modes' vehicle-bridge coupled vibration equations are also built. We analyze the effect of many factors, such as the surface roughness of bridge deck and the obstacle on the bridge deck. At last, this paper provide the analysis program which realize the analysis theory of the vibration problem of the vehicle-bridge system that base on the way of mode shapes addition.

In this discussion, the author computes two examples of vehicle-bridge vibration and compares the results, which proves the analysis theory and the analysis program credibility. Moreover, this discussion estimates the dynamic capability of the YiLan CFST arch bridge when the loads of the vehicle pass. And author analyze the effect on the dynamic capability of the YiLan CFST arch bridge ,when the factors of the surface roughness of bridge deck, or the obstacle on the bridge deck, the velocity of the vehicle change. At last, this discussion finds out the main factors that affect the dynamic capability of the YiLan CFST arch bridge, and gives some advices about the design of this kind of bridges.

Keywords vehicle - bridge vibration; model analysis; the vibration mode of the vehicle; Surface roughness of bridge deck; CFST arch bridges; Resonance vibration

尼器连接。

通过上述假定，就将车辆模型简化成为了由质量块、弹簧和阻尼器连接的振动系统。这种结构便于建立数学模型，而且便于根据需要增加桥梁的自由度。

2.2.2 车辆模型

1、车辆模型一

在本课题的研究中，根据研究不同的需要涉及到了两种车辆模型。模型一为单自由度振动模型，如图 2-1 所示。模型由一个质量块 m 和一个弹簧 k 、一个阻尼器 c 组成；只有一个竖向自由度^[8]。

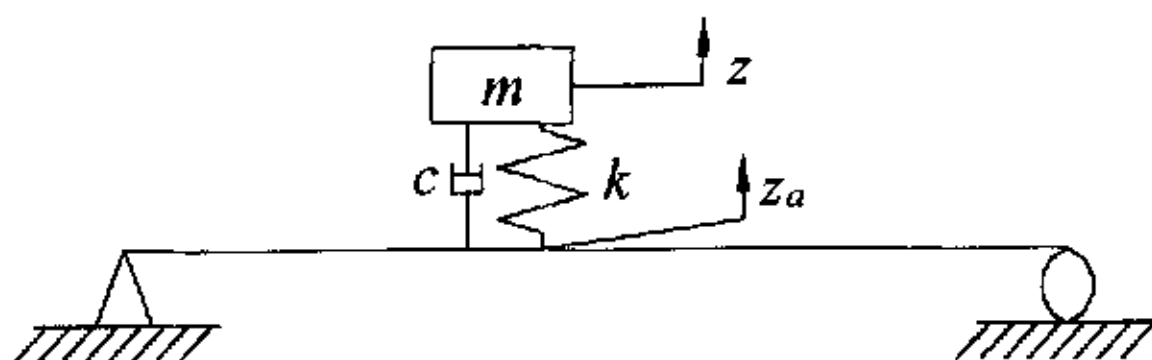


图 2-1 车辆模型一

模型一是单自由度振动模型，这是对模型本身的自由度而言，由上图可以看出，模型与桥面的接触点并不是固定不变的。在车辆通过桥梁行驶的过程当中，车轮与桥面接触点也会产生竖向位移，而这个位移恰恰会影响到弹簧和阻尼器对质量块的反力，因而在该车辆模型振动方程当中还会体现出车轮与桥梁接触点的自由度，在这里我们称这个自由度为耦合自由度。也就是说单自由度车辆模型的振动方程中将会体现出一个车辆自身的自由度和一个耦合自由度。

2、车辆模型二

模型二如图 2-2 所示，为一个 7 自由度空间车辆模型，能够比较真实的描述出目前公路行驶车辆，并且适合于对桥梁的空间有限元模型进行车辆桥梁耦合振动分析^[8]。

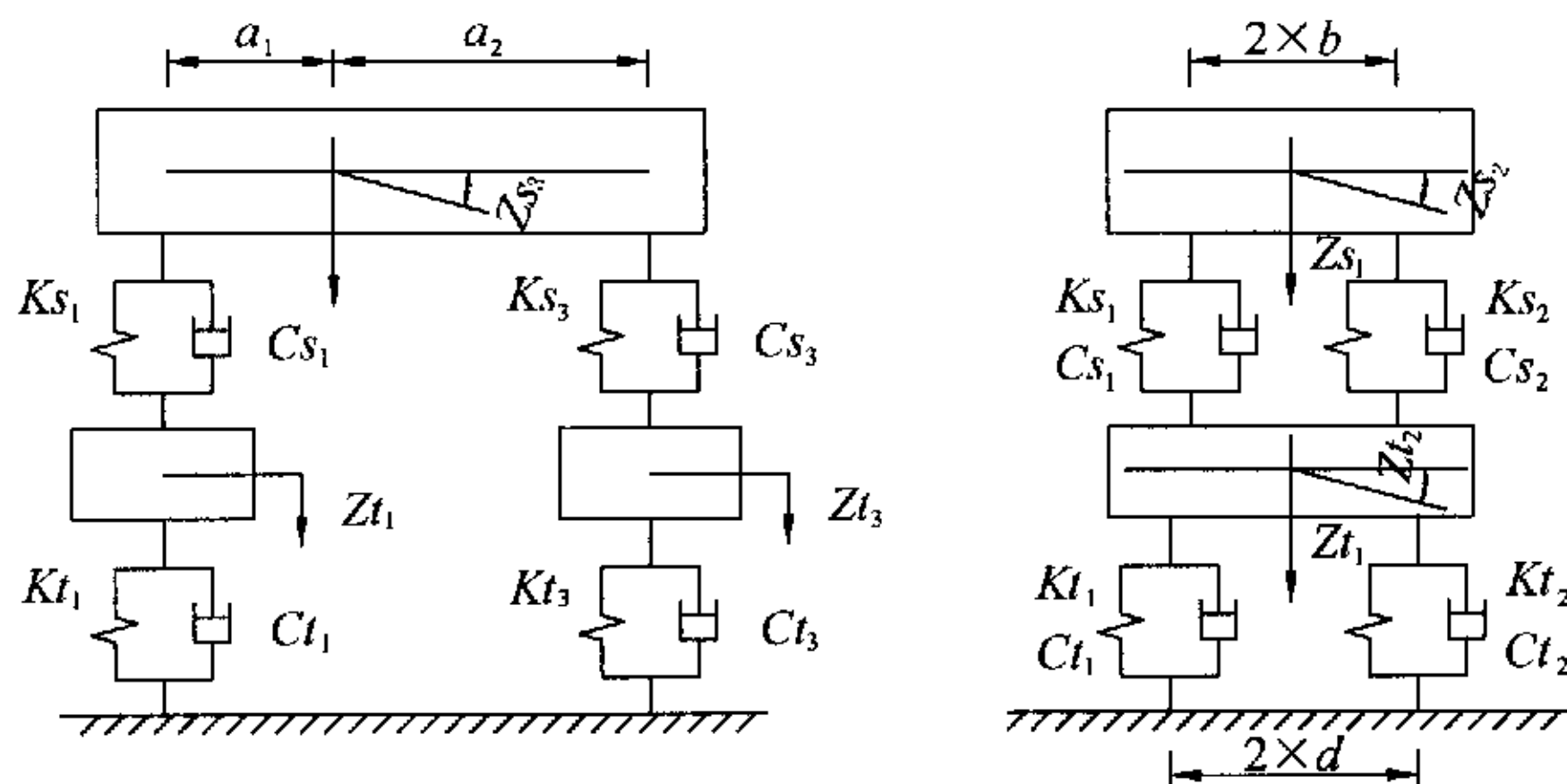


图 2-2 车辆模型二

图 2-2 中，

Z_{s1} 、 Z_{s2} 、 Z_{s3} ——分别为车体的竖向平动、横向转动、纵向转动自由度；

Z_{t1} 、 Z_{t2} 、 Z_{t3} 、 Z_{t4} ——分别为前后轮对的竖向平动自由度，和前后轮对的横向转动自由度；

K_{s1} 、 K_{s2} 、 K_{s3} 、 K_{s4} ——分别为车体悬挂弹簧刚度；

C_{s1} 、 C_{s2} 、 C_{s3} 、 C_{s4} ——分别为车体悬挂阻尼器阻尼；

K_{t1} 、 K_{t2} 、 K_{t3} 、 K_{t4} ——分别为轮对悬挂弹簧刚度；

C_{t1} 、 C_{t2} 、 C_{t3} 、 C_{t4} ——分别为轮对悬挂阻尼器阻尼。

与车辆模型一样，模型二中，四个轮子与桥面的四个接触点也会产生 4 个耦合自由度，这 4 个耦合自由度同样影响这车辆的振动。这样，虽然车辆本身只有 7 个自由度，但是在振动方程里面将会体现出包括 4 个耦合自由度在内的 11 个自由度。

车辆模型二含有大量的参数，这些参数很难全部由查阅资料得到，并且难以验证其正确性。然而这些参数之间通常都有一些关系，通过这些关系我

们可以得到一些未知参数，并且验证参数正确性。

汽车结构设计通常符合偏频设计条件，即希望其中一个车轴的轮子在行驶受到外界激励跳动时不会传到另一个车轴上，构造上必须保证车体的质量

分布前后轴之间应满足 $\varepsilon = \frac{\rho_c^2}{a_1 \cdot a_2} = 1$ 的条件， ρ_c 表示车体绕重心轴纵向转动时的回转半径。可以证明，此时汽车车体的阻尼振动可以分解为两个独立的

弹簧质量系统。通常汽车的 ε 大都在 0.8~1.2 之间，通过这样的参数关系，可以确定或者验证车体的重心位置^[9]。

2.3 车辆模型振动方程建立

对由弹簧、阻尼器和质量块组成的汽车模型，可以通过结构动力学介绍的直接集成质量、刚度和阻尼矩阵的方法建立振动方程，也可以通过能量法建立振动方程。能量法建立振动方程首先要得到车辆模型的动能 T ，弹簧势能 P 和阻尼耗散能 R 的表达式，然后代入拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_k} \right| - \frac{\partial T}{\partial z_k} + \frac{\partial P}{\partial z_k} + \frac{\partial R}{\partial \dot{z}_k} = 0 \quad (2-1)$$

即可得到车辆模型振动方程^[8]。式 (2-1) 中， z_k 为车辆模型本身自由度中的第 k 个自由度。

2.3.1 车辆模型一振动方程建立

车辆模型一的动能 T ，弹簧势能 P 和阻尼耗散能 R 的表达式如下式所示：

$$T = \frac{1}{2} m \cdot \dot{z}^2 \quad (2-2)$$

$$P = \frac{1}{2} k (z - z_a)^2 \quad (2-3)$$

$$R = \frac{1}{2} c (\dot{z} - \dot{z}_a)^2 \quad (2-4)$$

将上述 (2-2)、(2-3)、(2-4) 式代入式 (2-1) 可以得到：

车辆模型二的动能 T ，弹簧势能 P 和阻尼耗散 R 能的表达式：

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 Ms_i \cdot \dot{Zs}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 Mt_i \cdot \dot{Zt}_i^2 \quad (2-7)$$

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (Zs_1 + \eta_i Zs_2 b + Zs_3 a_2 - Zt_1 - \eta_i Zt_2 b)^2 Ks_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^4 (Zs_1 + \eta_i Zs_2 b - Zs_3 a_1 - Zt_3 - \eta_i Zt_4 b)^2 Ks_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (Zt_1 + \eta_i Zt_2 d - Za_i)^2 Kt_i + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^4 (Zt_3 + \eta_i Zt_4 d - Za_i)^2 Kt_i \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$\begin{aligned} R = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\dot{Zs}_1 + \eta_i \dot{Zs}_2 b + \dot{Zs}_3 a_2 - \dot{Zt}_1 - \eta_i \dot{Zt}_2 b)^2 Cs_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^4 (\dot{Zs}_1 + \eta_i \dot{Zs}_2 b - \dot{Zs}_3 a_1 - \dot{Zt}_3 - \eta_i \dot{Zt}_4 b)^2 Cs_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\dot{Zt}_1 + \eta_i \dot{Zt}_2 d - \dot{Za}_i)^2 Ct_i + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^4 (\dot{Zt}_3 + \eta_i \dot{Zt}_4 d - \dot{Za}_i)^2 Ct_i \end{aligned} \quad (2-9)$$

式中，

Ms_i —— $i=1,2,3$ 时分别表示车体的质量，沿纵轴转动转动惯量，沿横轴转动的转动惯量；

Mt_i —— $i=1,3$ 时分别表示车辆前后轴质量， $i=2,4$ 时分别表示车辆前后轴沿纵轴转动的转动惯量；

η_i ——为表示正负号的符号， $i=1,3$ 时其值为-1， $i=2,4$ 其值为+1。

把式 (2-7)、(2-8)、(2-9) 代入拉格朗日方程式 (2-1)，求导化简整理后就可以得到车辆振动方程：

$$M^v \ddot{\underline{z}} + C^v \dot{\underline{z}} + K^v \underline{z} =$$

$$\underline{K}_1 = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 Ks_i & \sum_{i=1}^4 \eta_i b Ks_i & \sum_{i=1}^2 a_2 Ks_i - \sum_{i=3}^4 a_1 Ks_i & -\sum_{i=1}^2 Ks_i & -\sum_{i=1}^2 \eta_i b Ks_i & -\sum_{i=3}^4 Ks_i & -\sum_{i=3}^4 \eta_i b Ks_i \\ 0 & \sum_{i=1}^4 b^2 Ks_i & 0 & 0 & -\sum_{i=1}^2 b^2 Ks_i & 0 & -\sum_{i=3}^4 b^2 Ks_i \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^2 a_2^2 Ks_i + \sum_{i=3}^4 a_1^2 Ks_i & -\sum_{i=1}^2 a_2 Ks_i & 0 & \sum_{i=3}^4 a_1 Ks_i & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 Ks_i & 0 & -\sum_{i=1}^2 a_2 Ks_i & \sum_{i=1}^2 Ks_i & 0 & 0 & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 \eta_i b Ks_i & -\sum_{i=1}^2 b^2 Ks_i & 0 & 0 & \sum_{i=1}^2 b^2 Ks_i & 0 & 0 \\ -\sum_{i=3}^4 Ks_i & 0 & \sum_{i=3}^4 a_1 Ks_i & 0 & 0 & \sum_{i=3}^4 Ks_i & 0 \\ -\sum_{i=3}^4 \eta_i b Ks_i & -\sum_{i=3}^4 b^2 Ks_i & 0 & 0 & 0 & 0 & \sum_{i=3}^4 b^2 Ks_i \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

式 (2-12)、(2-13) 单元二、三的刚度矩阵:

$$\underline{K}_2 = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 Kt_i & 0 & -Kt_1 & -Kt_2 \\ 0 & \sum_{i=1}^2 d^2 Kt_i & dKt_1 & -dKt_2 \\ -Kt_1 & dKt_1 & Kt_1 & 0 \\ -Kt_2 & -dKt_2 & 0 & Kt_2 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

$$\underline{K}_3 = \begin{bmatrix} \sum_{i=3}^4 Kt_i & 0 & -Kt_3 & -Kt_4 \\ 0 & \sum_{i=3}^4 d^2 Kt_i & dKt_3 & -dKt_4 \\ -Kt_3 & dKt_3 & Kt_3 & 0 \\ -Kt_4 & -dKt_4 & 0 & Kt_4 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

说明:

1. 在单元一、二、三的刚度矩阵中认为通常车辆的前轴或后轴的两个弹簧的刚度值或阻尼器的阻尼值是相同的。

Za_1 、 Za_2 ；单元三的刚度矩阵所对应的自由度分别是： Zt_3 、 Zt_4 、 Za_3 、 Za_4 。

然后，按对应的自由度，把单元一、二、三的单元刚度矩阵集合成为总刚度矩阵，如式（2-14）所示：

$$\tilde{K}^v = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ \tilde{K}_{21} & \tilde{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

式（2-14）中 $\tilde{K}_{11}$ 、 $\tilde{K}_{12}$ 、 $\tilde{K}_{21}$ 、 $\tilde{K}_{22}$ 表达式如下：

$$\tilde{K}_{11} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 K_{S_i} & \sum_{i=1}^4 \eta b K_{S_i} & \sum_{i=1}^2 a_2 K_{S_i} - \sum_{i=3}^4 a_1 K_{S_i} & -\sum_{i=1}^2 K_{S_i} & -\sum_{i=1}^2 \eta b K_{S_i} & -\sum_{i=3}^4 K_{S_i} & -\sum_{i=3}^4 \eta b K_{S_i} \\ 0 & \sum_{i=1}^4 b^2 K_{S_i} & 0 & 0 & -\sum_{i=1}^2 b^2 K_{S_i} & 0 & -\sum_{i=3}^4 b^2 K_{S_i} \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^2 a_2^2 K_{S_i} + \sum_{i=3}^4 a_1^2 K_{S_i} & -\sum_{i=1}^2 a_2 K_{S_i} & 0 & \sum_{i=3}^4 a_1 K_{S_i} & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 K_{S_i} & 0 & -\sum_{i=1}^2 a_2 K_{S_i} & \sum_{i=1}^2 (K_{S_i} + K_{I_i}) & 0 & 0 & 0 \\ -\sum_{i=1}^2 \eta b K_{S_i} & -\sum_{i=1}^2 b^2 K_{I_i} & 0 & \sum_{i=1}^2 b^2 K_{S_i} + d^2 K_{I_i} & & & \\ -\sum_{i=3}^4 K_{S_i} & 0 & \sum_{i=3}^4 a_1 K_{S_i} & \sum_{i=3}^4 (K_{S_i} + K_{I_i}) & & & \\ -\sum_{i=3}^4 \eta b K_{S_i} & -\sum_{i=3}^4 b^2 K_{I_i} & 0 & \sum_{i=3}^4 b^2 K_{S_i} + d^2 K_{I_i} & & & \end{bmatrix}$$

$$\tilde{K}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -Kt_1 & -Kt_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & dKt_1 & -dKt_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Kt_$$

$$K_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Kt_1 & -Kt_2 & & \\ dKt_1 & -dKt_2 & & \\ & & -Kt_3 & -Kt_4 \\ & & dKt_3 & -dKt_4 \end{bmatrix}$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} Kt_1 & & & \\ & Kt_2 & & \\ & & Kt_3 & \\ & & & Kt_4 \end{bmatrix}$$

按同样的方法可以集成车辆模型的阻尼矩阵和质量矩阵。车辆模型二振动方程阻尼矩阵的表达式：

$$C^v = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

其中 C_{11} 、 C_{12} 、 C_{21} 、 C_{22} 的表达形式与 K_{11} 、 K_{12} 、 K_{21} 、 K_{22} 相同，只是将矩阵 K 中的刚度值 Ks_i 、 Kt_i 换成 Cs_i 、 Ct_i 。

最后，写出车辆模型振动方程的质量矩阵，如式（2-15）如下所示：

$$M^v = \begin{bmatrix} Ms_1 & & & & \dots & \dots & 0 \\ & Ms_2 & & & & & \\ & & Ms_3 & & & & \\ & & & Mt_1 & & & \\ & & & & Mt_2 & & \\ & & & & & Mt_3 & \\ & & & & & & Mt_4 \\ & & & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & 0 \\ 0 & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

